

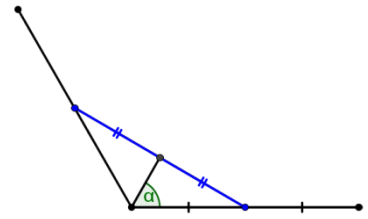
Esimese ja teise ülesande lahendus

Korrapärase n -nurga nurkade summa on $(n-2) \cdot 180^\circ$. Selle hulknurga iga nurga suurus on $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$.

Vaatleme ühte välimise hulknurga nurka ja jaotame selle pooleks. Jooniselt näeme, et selle nurga siinus on võrdne sisemise hulknurga ja välimise hulknurga külgede pikkuste suhtega.

Et hulknurkade pindalade suhe võrdub külgede suhte ruuduga, siis korrapärase n -nurga puhul on pindalade suhteks

$$\frac{S_{\text{väiksem}}}{S_{\text{suurem}}} = \sin^2 \left(\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{2n} \right).$$



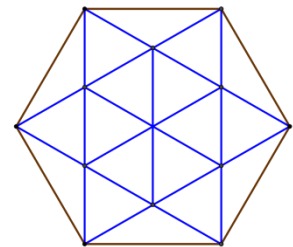
Kuusnurga puhul on pindalade suhteks $\frac{S_{\text{väiksem}}}{S_{\text{suurem}}} = \sin^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}$,

viisnurga puhul aga $\frac{S_{\text{väiksem}}}{S_{\text{suurem}}} = \sin^2 54^\circ = \frac{3 + \sqrt{5}}{8}$.

Kolmanda ülesande lihtne lahenduskäik

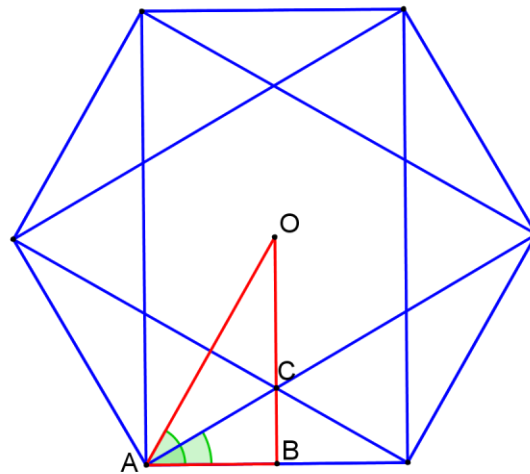
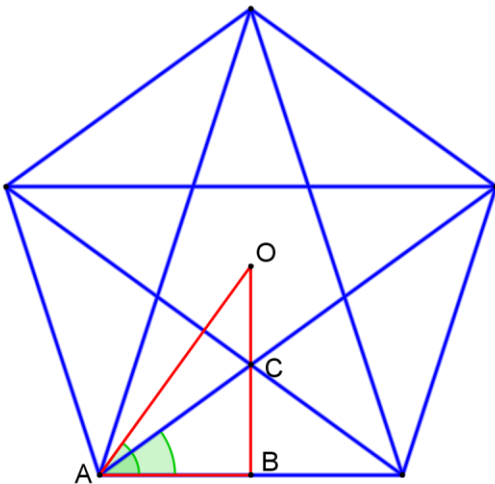
Välimise kuusnurga saab jaotada 18 pindvõrdseks kolmnurgaks. Neist 12 kolmnurka paiknevad tähtkuusnurga sees (vaata kõrvalolevat joonist). Seega

kuusnurkade puhul on pindalade suhe $\frac{S_{\text{suurem}}}{S_{\text{väiksem}}} = \frac{3}{2}$.



Kolmanda ja neljanda ülesande ühine lahenduskäik

Korrapärase hulknurga ja tema sisse kujundatud tähthulknurga pindalade suhte saab asendada kolmnurkade ABO ja ACO pindalade suhtega.



Viisnurk: $\angle BAO = 54^\circ$ ja $\angle BAC = 36^\circ$ Kuusnurk: $\angle BAO = 60^\circ$ ja $\angle BAC = 30^\circ$

Leiame kolmnurkade ABO ja ABC pindalad:

$$S_{ABO} = \frac{AB \cdot BO}{2} = \frac{AB \cdot AB}{2} \tan(\angle BAO),$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{AB \cdot AB}{2} \tan(\angle BAC).$$

Kolmnurga ACO pindala on kolmnurkade ABO ja ABC pindalade vahe, seega

$$S_{ACO} = S_{ABO} - S_{ABC} = \frac{AB \cdot AB}{2} (\tan(\angle BAO) - \tan(\angle BAC)).$$

Kolmnurkade ABO ja ACO pindalade suhe on:

$$\frac{S_{ABO}}{S_{ACO}} = \frac{\tan(\angle BAO)}{\tan(\angle BAO) - \tan(\angle BAC)}.$$

Seega on korrapärase viisnurga ja selle sisse kujundatud tähtviisnurga (pentagrammi) pindalade suhe:

$$\frac{S_{viisnurk}}{S_{pentagramm}} = \frac{S_{ABO}}{S_{ACO}} = \frac{\tan 54^\circ}{\tan 54^\circ - \tan 36^\circ} = \frac{2 + \sqrt{5}}{2}$$

ning korrapärase kuusnurga ja selle sisse kujundatud tähtkuusnurga (heksagrammi) pindalade suhe:

$$\frac{S_{kuusnurk}}{S_{heksagramm}} = \frac{S_{ABO}}{S_{ACO}} = \frac{\tan 60^\circ}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ} = \frac{3}{2}.$$